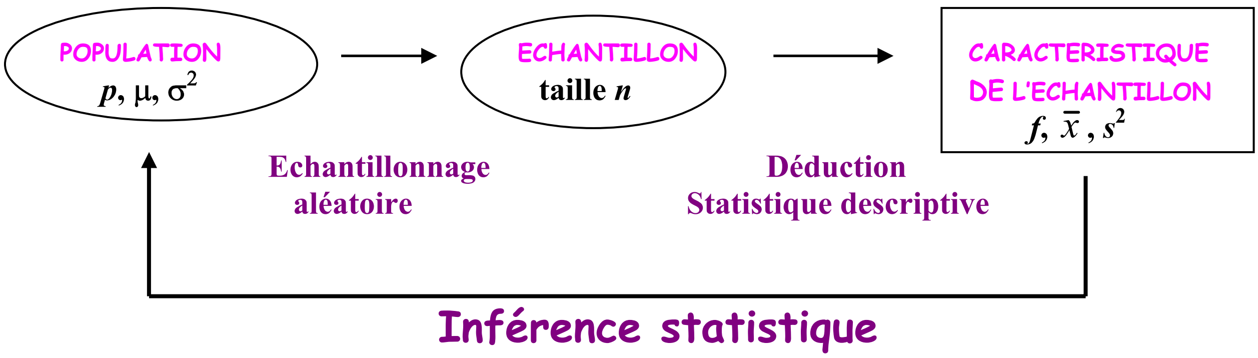
Estimation

Synthèse

Les **statistiques inférentielles** ou inductives peuvent se résumer par le schéma suivant :



Distribution d'échantillonnage de la moyenne :

Effectif de l'échantillon	Loi de X	Ecart-type σ	Loi de $\bar{X}$	Loi réduite
$n \geq 30$	Quelconque	Connu	$\mathcal{N}(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$	$\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \to \mathcal{N}(0,1)$
		Inconnu	$\mathcal{N}(\mu, \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}})$	$\frac{\bar{X}-\mu}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} \to \mathcal{N}(0,1)$
$n \leq 30$	Quelconque		Inconnue	
	Normale	Connu	$\mathcal{N}(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$	$\frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \to \mathcal{N}(0,1)$
		Inconnu		$\frac{\bar{X}-\mu}{\hat{\sigma}/\sqrt{n}} \to T$ (n-1 ddl)

Distribution d'échantillonnage d'une fréquence :

si $K \to \mathcal{B}(n,p)$ alors $\frac{K}{n} \to \mathcal{N}(p, \sqrt{\frac{pq}{n}})$

Propriétés des estimateurs : en posant $\hat{\theta}$ réalisation de Θ

Convergence : $\hat{\theta} \to \theta$ lorsque $n \to \infty$.

Sans biais $E(\hat{\theta}) = \theta$

Variance minimale $V(\hat{\theta}) = E(\hat{\theta} - E(\hat{\theta}))^2$ minimale

Estimation ponctuelle :

Espérance μ : $$\hat{\mu} = \overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

Variance σ^2 si μ connue $$\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \mu)^2$$

Variance σ^2 si μ inconnue $$\hat{\sigma}^2 = \frac{n}{n-1}s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$$

Fréquence p : $$\hat{p} = \frac{K}{n}$$

Estimation par intervalle : $P(\hat{\theta}_1 < \theta < \hat{\theta}_2) = 1 - \alpha$ et $P(\theta \notin [\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2]) = \alpha$

IC de **l'espérance** μ :

$$\overline{X} - \varepsilon_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + \varepsilon_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$ $\forall n$ si $X \to \mathcal{N}(\mu, \sigma)$ et σ^2 est connue

$$\overline{X} - t_\alpha \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + t_\alpha \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$$ $\forall n$ si $X \to \mathcal{N}(\mu, \sigma)$ et σ^2 est inconnue

$$\overline{X} - \varepsilon_\alpha \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X} + \varepsilon_\alpha \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}$$ $\forall$ la loi de X mais n est grand

IC d'une **proportion p :**

$$\frac{K}{n} - \varepsilon_\alpha \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} < p < \frac{K}{n} + \varepsilon_\alpha \sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$$ n est grand et np, $nq > 5$