

SUITES GEOMETRIQUES

I. Déterminer le terme de rang n d'une suite géométrique :

- **Exemple :** Calculer le 8^e terme d'une suite géométrique de premier terme $u_1 = 1,2$ et de raison $q = 3$.

- **Méthode :**

On utilise la relation $u_n = u_1 \times q^{n-1}$

- **Solution :**

$$u_8 = 1,2 \times 3^{8-1} \Leftrightarrow u_8 = 1,2 \times 3^7 \Leftrightarrow u_8 = 1,2 \times 2187 \Leftrightarrow u_8 = 2624,4$$

II. Déterminer la raison q d'une suite géométrique:

- **Exemple :** Calculer la raison q d'une suite géométrique de premier terme $u_1 = 3$ sachant que $u_7 = 46875$.

- **Solution :**

La relation $u_n = u_1 \times q^{n-1}$ devient ici :

$$u_7 = 3 \times q^{7-1}$$

$$\text{D'où : } 46875 = 3 \times q^6 \Rightarrow q^6 = \frac{46875}{3} \Rightarrow q^6 = 15625$$

$$\text{Donc : } q = 15625^{\frac{1}{6}} \Rightarrow q = 5$$

III. Calculer la somme des termes d'une suite géométrique :

- **Exemple :** Calculer la somme des 10 premiers termes d'une suite géométrique de premier terme $u_1 = 9$ et de raison $q = 4$.

- **Méthode :**

On utilise la formule $S = u_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}$

- **Solution :**

$$\text{La formule devient ici } S = 9 \times \frac{4^{10} - 1}{4 - 1} \Rightarrow S = 3(4^{10} - 1) \Rightarrow S = 3 \times 1048575$$

$$\text{Donc : } S = 3145725$$

IV. Application aux intérêts composés :

- **Exemple :** Une personne place un capital de 15 000 €, à intérêts composés, au taux annuel de 6 %. Quel est le montant de la valeur acquise à la fin de la 8^e année ?

- **Méthode :**

À la fin de chaque année, la valeur acquise est celle du début de l'année augmentée de 6%, c'est-à-dire multipliée par 1,06.

On a ainsi une suite géométrique de premier terme $u_1 = 15\ 000$ et de raison $q = 1,06$.

- **Solution :**

Remarquons que la valeur acquise à la fin de la 1^{ère} année correspond à u_2 .

Donc la valeur acquise à la fin de la 8^e année est ici u_9 , c'est-à-dire :

$$15000 \times 1,06^8 = 15000 \times 1,593848 \approx 23907,72$$