A la découverte d'une nouvelle fonction

La touche ln *de votre calculatrice est une touche de fonction . Cette touche appliquée au nombre 3 permet d'obtenir une valeur approchée de ln 3.*
ln 3 se lit "logarithme népérien de 3" ou simplement "ln de 3".
La fonction logarithme népérien a été inventée pour faire des calculs astronomiques, vers 1610, par ***John Napier.*** *Avant l'invention des calculatrices, la valeur approchée d'un logarithme népérien s'obtenait à l'aide d'une table de logarithmes ou d'une règle à calcul.*

Activité n°1

1. En utilisant La touche ln , entourer, parmi les nombres suivants, ceux qui ont une image par la fonction ln :

   3 ; 10 ; 2 ; -2 ; 100 ; -100 ; 1 ; -1 ; 0 ; 0,1 ; -1, 01 ; 0,0001 ; 50000 ; -0,1

   Quel semble être l'ensemble de définition de la fonction ln?

2. Dans un repère orthonormal (unité: 1cm), construisez avec le maximum de soin la courbe (C) représentative de la fonction ln sur l'intervalle]0 ; 10] après avoir complété le tableau de valeurs ci-dessous (en prenant des valeurs approchées à 0,1 près)

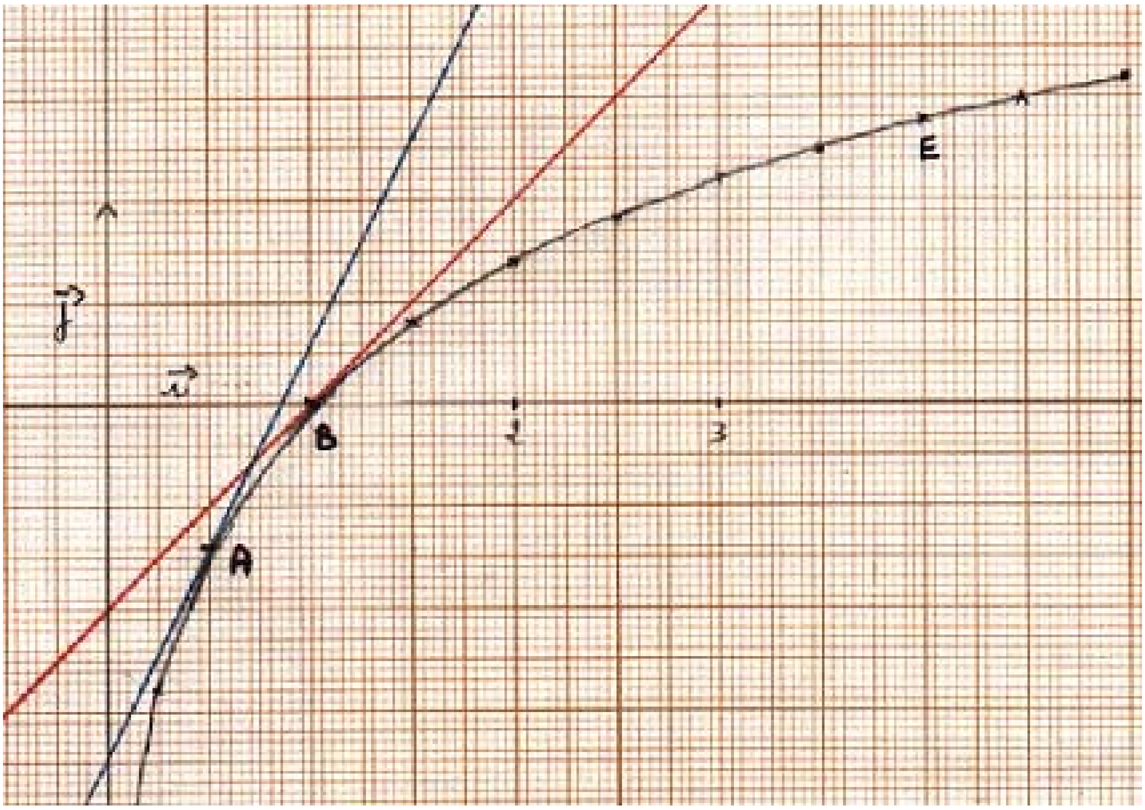
x	0,1	0,5	0,8	1	1,5	2	3	4	7	10
ln x										

   Résoudre graphiquement ln x = 0 sur]0, 10]

   Résoudre graphiquement les inéquations ln x > 0 et ln x < 0 sur]0 , 10]

Activité n°2

Voici la courbe (C) représentative de la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = \ln x$ dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ avec les tangentes à (C) aux points A d'abscisse $\frac{1}{2}$ et B d'abscisse 1



Déterminer graphiquement f '(1) et f '($\frac{1}{2}$) puis reporter ces valeurs dans le tableau suivant :

x	$\frac{1}{2}$	1	2	3
f '(x)				

En généralisant les résultats du tableau précédent, deviner quelle est la fonction dérivée de la fonction ln

Calculer f '(4) puis tracer la tangente au point E d'abscisse 4

Activité n°3

Peut-on trouver graphiquement les limites de la fonction ln en 0 et en $+\infty$?

Compléter les tableaux suivants en donnant une valeur approchée à 10^{-3} près

x	10	100	1000	10^6	10^9	10^{12}	10^{99}
ln x							

x	0,5	0,1	0,01	0,0001	10^{-6}	10^{-12}	10^{-90}
ln x							

Conclusion :

$$\lim_{x \to 0} \ln x = \qquad \text{et} \qquad \lim_{x \to +\infty} \ln x =$$

Activité n°4

Compléter les tableaux suivants (en donnant une valeur approchée à 10^{-3} près)

ln 2 =	ln 3 =	ln 0,5 =
ln 3 =	ln 5 =	ln 0,4 =
ln 6 =	ln 15 =	ln 0,2 =

Que remarquez-vous ? ....

En utilisant les résultats du tableau et (en expliquant votre réponse) , proposez une valeur :

pour ln 30 ....

pour ln 9 ....

Contrôlez ce résultat à la calculatrice

Quelle propriété peut-on supposer pour la fonction ln ?