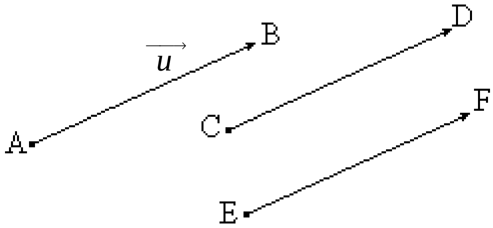
Les vectors – Repérage dans le plan

I. Vecteurs

a) égalité de vecteurs



Définition : On dit que deux vecteurs sont **égaux** lorsqu'ils ont même direction, même sens et même longueur.

On note $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EF}$.

Vecteurs particuliers :

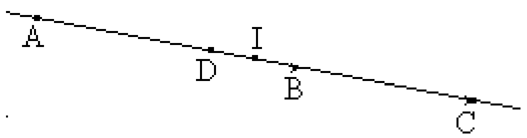
- Le vecteur **nul** $\vec{0}$: pour tout point M, $\overrightarrow{MM} = \vec{0}$.
- Le vecteur **opposé** à $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur qui a la même direction, la même longueur que $\overrightarrow{AB}$ mais un sens opposé. C'est donc le vecteur $\overrightarrow{BA}$.

On note : $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$.

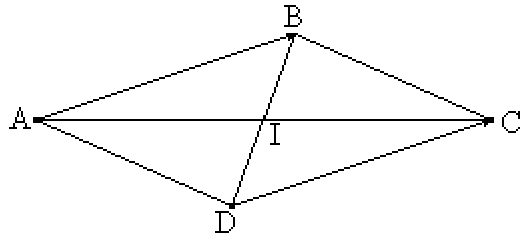
Propriété :

Dire que quatre points A, B, C et D sont tels que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ équivaut à dire que les segments [AC] et [BD] ont le même milieu.

En particulier, si les points **ne sont pas alignés**, c'est équivalent à dire que ABCD est un parallélogramme.



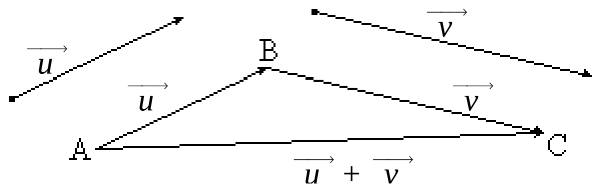
I est le milieu de [AC] et celui de [BD]



I est le milieu de [AC] et de [BD] et ABCD est un parallélogramme.

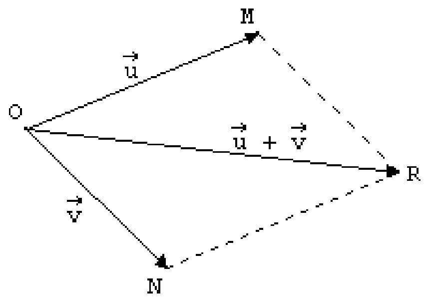
b) somme et différence de vecteurs

Définition : La **somme** de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le vecteur, noté $\vec{u} + \vec{v}$, défini ainsi :
A étant un point quelconque, on place le point B tel que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, puis le point C tel que $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$;
alors $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{AC}$.



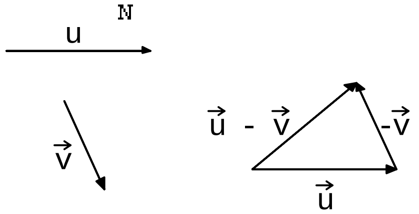
L'égalité $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ est appelée **relation de Chasles**.

Remarque : si $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{ON}$,
alors $\vec{u} + \vec{v} = \overrightarrow{OR}$ où OMRN est un parallélogramme.



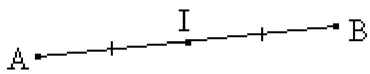
On en déduit la règle du parallélogramme :
A, B et C étant donnés,
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$ équivaut à ABDC est un parallélogramme.

Définition : La différence du vecteur $\vec{u}$ et du vecteur $\vec{v}$ s'obtient en ajoutant au vecteur $\vec{u}$ l'opposé du vecteur $\vec{v}$:
$\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$.



Milieu d'un segment :

Le milieu de [AB] est le point I tel que : $\overrightarrow{AB} = 2\,\overrightarrow{AI}$ ou $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

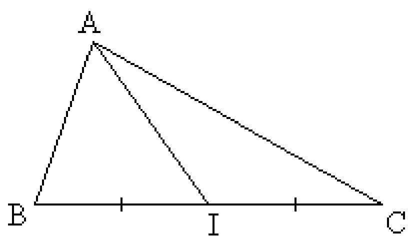


Autres traductions : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$; $\overrightarrow{IA} = -\overrightarrow{IB}$; $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI} = \vec{0}$.

Exercice :

1. Démontrer que pour tous points O, A et B, $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{AB}$

2. A, B et C sont trois points ; I est le milieu de [BC].
Démontrer que $2\,\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.



Solution :

1. $\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB}$ d'après la relation de Chasles.

2. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IC}$ d'après la relation de Chasles

$= 2\,\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}$

Or I est le milieu de [BC], d'où $\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \overrightarrow{0}$

Donc on a bien $2\,\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

II. Multiplication d'un vecteur par un réel

a) Définition

$\overrightarrow{u}$ désigne un vecteur non nul et k un nombre réel non nul.

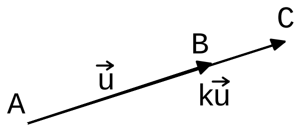
Le **produit du vecteur $\overrightarrow{u}$ par le réel k** est le vecteur $k\,\overrightarrow{u}$ tel que :

• $k\,\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{u}$ ont même direction

Lorsque $k > 0$

• $k\,\overrightarrow{u}$ a le même sens que $\overrightarrow{u}$

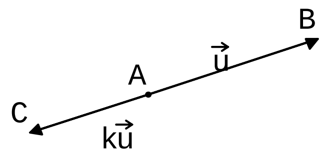
• la longueur de $k\,\overrightarrow{u}$ est le produit de k par la longueur de $\overrightarrow{u}$.



Lorsque $k < 0$

• $k\,\overrightarrow{u}$ est de sens opposé à celui de $\overrightarrow{u}$

• la longueur de $k\,\overrightarrow{u}$ est le produit de l'opposé de k par la longueur de $\overrightarrow{u}$.



Les égalités de longueur peuvent être résumées par : AC = $|k|$ AB.

Exemples :

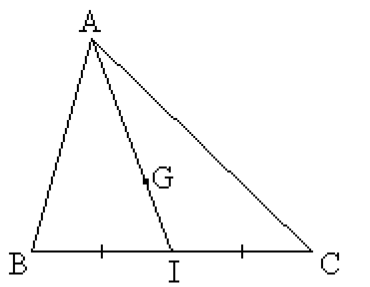
• centre de gravité d'un triangle :

Le centre de gravité du triangle ABC est le point G tel que

$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}$ ou $\overrightarrow{GA} = -2\,\overrightarrow{GI}$, lorsque I est le milieu de [BC]

(c'est à dire que (AI) est la médiane issue de A).

Autres traductions : $\overrightarrow{IG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{IA}$; $\overrightarrow{GI} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}$.



• le théorème des milieux

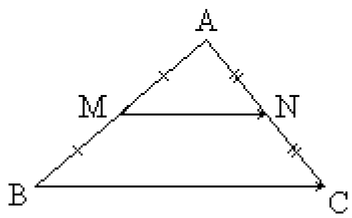
ABC est un triangle.

Si M est le milieu de [AB] et N celui de [AC] alors $\overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

En effet : $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AN}$ d'après la relation de Chasles

$= \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ car M est le milieu de [AB] et N celui de [AC]

$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ d'après la relation de Chasles



b) règles de calcul

Propriétés :

• $k\,\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$ équivaut à $k = 0$ ou $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{0}$

• Pour tous réels k, k' et tous vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$:

$k(\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) = k\,\overrightarrow{u} + k\,\overrightarrow{v}$

$(k + k')\,\overrightarrow{u} = k\,\overrightarrow{u} + k'\,\overrightarrow{u}$

$k(k'\,\overrightarrow{u}) = (kk')\,\overrightarrow{u}$

$1 .\, \overrightarrow{u} = \overrightarrow{u}$

Exemples :

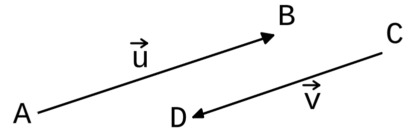
• $2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AB} = (2 + 3)\overrightarrow{AB} = 5\overrightarrow{AB}$

• $-3 \times \left(\frac{2}{3}\,\overrightarrow{u}\right) = \left(-3 \times \frac{2}{3}\right)\overrightarrow{u} = -2\,\overrightarrow{u}$

• $3\,\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{0}$ équivaut à $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{0}$, c'est à dire A = M.

III. Colinéarité de deux vecteurs

a) vecteurs colinéaires



Définition : Dire que deux vecteurs non nuls $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{CD}$ sont **colinéaires** signifie qu'ils ont la même direction.

Cela signifie que les droites (AB) et (CD) sont parallèles ou confondues.

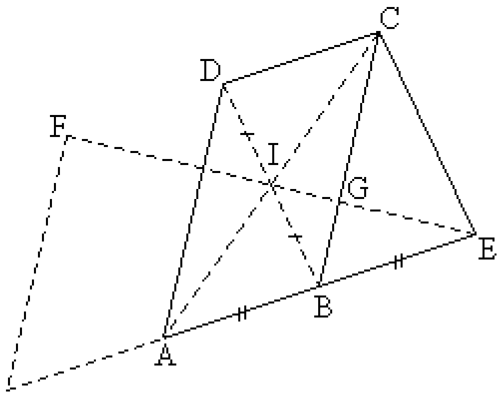
Propriété : Dire que les vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires équivaut à dire qu'il existe un nombre réel k non nul tel que $\overrightarrow{v} = k\,\overrightarrow{u}$.

Remarque : Par convention, on dit que le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur $\overrightarrow{u}$.

b) parallélisme et alignement

- Dire que les droites (AB) et (CD) sont **parallèles** équivaut à dire qu'il existe un nombre réel k non nul tel que $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$.
- Dire que les points distincts A, B et C sont **alignés** équivaut à dire qu'il existe un nombre réel k non nul tel que $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$.

Exercice 1 :



Dans la figure ci-contre :
ABCD est un parallélogramme de centre I,
B est le milieu du segment [AE],
G est le centre de gravité du triangle ACE, et $\overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}$.
Déterminer les relations reliant $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CG}$ et $\overrightarrow{CB}$,
puis $\overrightarrow{EI}$ et $\overrightarrow{EG}$.
Calculer $\overrightarrow{IE} + \overrightarrow{IF}$, puis montrer que E, G et F sont alignés.

Solution :

$\overrightarrow{AE} = 2\overrightarrow{AB}$ car B est le milieu de [AE]

$= 2\overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{CD}$ car ABCD est un parallélogramme.

$\overrightarrow{CG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$ car G est le centre de gravité du triangle ACE.

$\overrightarrow{EG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{EI}$ car G est le centre de gravité du triangle ACE, donc $\overrightarrow{EI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{EG}$.

$\overrightarrow{IE} + \overrightarrow{IF} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BF}$ d'après la relation de Chasles

$= 2\,\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BE} + 2\,\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD}$

$= 2(\overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BA}) + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ($\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB}$ car B est le milieu de [AE])

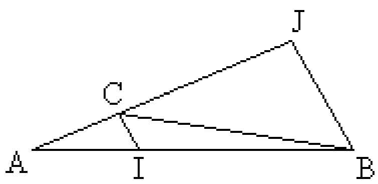
$= 2\,\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC}$ ($\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ car ABCD est un parallélogramme)

$= \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{0}$ ($2\,\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{CA}$ car I est le milieu de [AC])

On en déduit que I est le milieu de [EF].

On a alors $\overrightarrow{EF} = 2\,\overrightarrow{EI}$ et de plus $\overrightarrow{EI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{EG}$ donc $\overrightarrow{EF} = 3\overrightarrow{EG}$ et les points E, F et G sont alignés.

Exercice 2 :



ABC est un triangle, les points I et J sont tels que $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

et $\overrightarrow{AJ} = 3\overrightarrow{AC}$

1. Exprimer $\overrightarrow{IC}$ et $\overrightarrow{BJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

2. En déduire que les droites (IC) et (BJ) sont parallèles.

Solution :

1. $\overrightarrow{IC} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AC}$ d'après la relation de Chasles

$= -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{BJ} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AJ}$ d'après la relation de Chasles

$\overrightarrow{BJ} = - \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$

2. D'après les égalités précédentes, on obtient : $\overrightarrow{BJ} = 3\,\overrightarrow{IC}$

Donc les vecteurs $\overrightarrow{BJ}$ et $\overrightarrow{IC}$ sont colinéaires et les droites (BJ) et (IC) sont parallèles.

IV. Repérage d'un point

a) repérage sur une droite

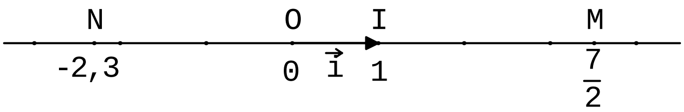
Choisir un repère sur une droite Δ, c'est se donner deux points distincts O et I de Δ, pris dans cet ordre. O est l'**origine du repère**. Posons alors $\overrightarrow{OI} = \vec{i}$.

Le vecteur $\vec{i}$ est appelé **vecteur de base**. Le repère sera noté (O ; $\vec{i}$).

Définition : L'abscisse du point M de Δ dans le repère (O ; $\vec{i}$) est le **réel** x tel que $\overrightarrow{OM} = x\vec{i}$.

Exemple : $\overrightarrow{OM} = \frac{7}{2}\vec{i}$ signifie que M a pour abscisse $\frac{7}{2}$ dans le repère (O ; $\vec{i}$).

N a pour abscisse -2,3 dans le repère (O ; $\vec{i}$) signifie que $\overrightarrow{ON} = -2{,}3\,\vec{i}$.



b) repérage dans le plan

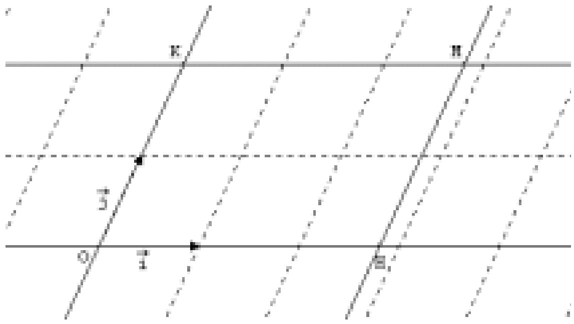
Définition : (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) est un **repère** du plan. Il est constitué d'un point O appelé **origine** du repère et d'une **base** ($\vec{i}$, $\vec{j}$), c'est à dire deux vecteurs non colinéaires pris dans cet ordre.

Remarque :

- Lorsque les directions des vecteurs $\vec{i}$ et $\vec{j}$ sont perpendiculaires, la base ($\vec{i}$, $\vec{j}$) est **orthogonale**.
- Une unité de longueur étant choisie, si $\vec{i}$ et $\vec{j}$ ont des directions perpendiculaires et ont pour longueur 1, alors la base ($\vec{i}$, $\vec{j}$) est **orthonormale**.

Coordonnées d'un point dans un repère

Soit M un point du plan muni du repère (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$).
En traçant la parallèle à chaque axe passant par M, on obtient deux points H et K.
Il existe un unique réel x et un unique réel y tels que $\overrightarrow{OH} = x\,\vec{i}$ et $\overrightarrow{OK} = y\,\vec{j}$.
On a alors $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OH} + \overrightarrow{OK}$,
c'est à dire $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$.
On dit que (x ; y) est le couple des coordonnées du point M dans le repère (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$).



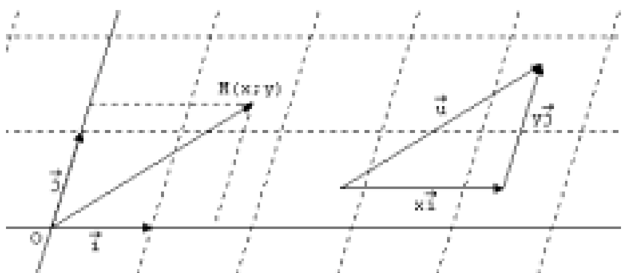
V. Coordonnées de vecteurs

Dans ce paragraphe, un repère (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) du plan est fixé.

a) Généralités

$\vec{u}$ est un vecteur donné ; M est le point tel que $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$.
Notons (x ; y) les coordonnées du point M.
Alors $\overrightarrow{OM} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$. Donc $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$.
Ainsi tout vecteur du plan peut s'écrire sous la forme : $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$.

Définition : Dire que le vecteur $\vec{u}$ a pour **coordonnées** $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dans le repère (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) signifie que $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\,\vec{j}$. On note $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.



Propriété : Dire que les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont **égaux** équivaut à dire que leurs coordonnées respectives sont égales: $x = x'$ et $y = y'$.

b) règles de calcul sur les coordonnées

Propriétés : $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont deux vecteurs et k est un réel quelconque,

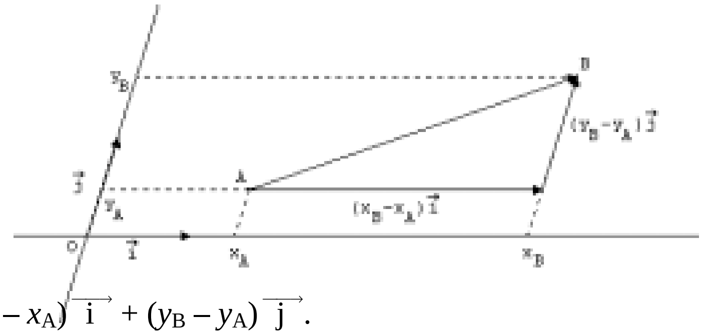
- Le vecteur $\vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix}$;
- Le vecteur $k\vec{u}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$.

En effet $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ et $\vec{v} = x'\vec{i} + y'\vec{j}$, on a alors $\vec{u} + \vec{v} = (x + x')\vec{i} + (y + y')\vec{j}$.

Calcul des coordonnées de $\overrightarrow{AB}$:

A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) sont deux points.

Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$.



Démonstration :

D'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$

et $\overrightarrow{AO} = -\overrightarrow{OA}$. De plus $\overrightarrow{OA} = x_A\vec{i} + y_A\vec{j}$

et $\overrightarrow{OB} = x_B\vec{i} + y_B\vec{j}$. On obtient alors $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j}$.

Exercice : Dans un repère (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$), on donne le point A(-1 ; 2) et le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$.

La translation de vecteur $\vec{u}$ transforme A en B.

Calculer les coordonnées de B.

Solution : On note (x_B ; y_B) les coordonnées du point B.

La translation de vecteur $\vec{u}$ transforme A en B signifie que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$. Les coordonnées de ces deux vecteurs sont donc égales.

On en déduit : $x_B - (-1) = 3$ et $y_B - 2 = -1$

d'où $x_B = 2$ et $y_B = 1$ Donc B(2 ; 1).

Coordonnées du milieu d'un segment

Soient A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) deux points du plan muni d'un repère (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$), alors le milieu I du segment [AB] a pour coordonnées $\left(\dfrac{x_A + x_B}{2} ; \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$.

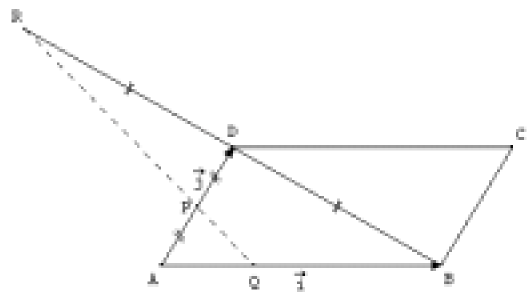
En effet, I est le milieu de [AB] se traduit par $\overrightarrow{AI} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

et $\overrightarrow{AI}\begin{pmatrix} x_I - x_A \\ y_I - y_A \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$. On obtient alors les égalités : $x_I - x_A = \dfrac{1}{2}(x_B - x_A)$ d'où $x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2}$

et $y_I - y_A = \dfrac{1}{2}(y_B - y_A)$ d'où $y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2}$.

Exercice : Dans la figure ci-contre : ABCD est un parallélogramme, le point P est le milieu du segment [AD], le point R est le symétrique de B par rapport à D et le point Q est tel que $\overrightarrow{AQ} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.

On veut montrer que les points P, Q et R sont alignés.



Solution : On pose $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{j} = \overrightarrow{AD}$

Dans le repère (A ; $\vec{i}$, $\vec{j}$), B(1 ; 0), D(0 ; 1), Q($\dfrac{1}{3}$; 0) car $\overrightarrow{AQ} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

et P(0 ; $\dfrac{1}{2}$) car P est le milieu de [AD].

R(x_R ; y_R) est le symétrique de B par rapport à D, D est alors le milieu de [BR].

On obtient alors $x_D = \dfrac{x_B + x_R}{2}$ et $y_D = \dfrac{y_B + y_R}{2}$.

D'où $2x_D = x_B + x_R$ c'est à dire $0 = 1 + x_R$ et $x_R = -1$

$2y_D = y_B + y_R$ c'est à dire $2 = 0 + y_R$ et $y_R = 2$ donc R(-1 ; 2).

On obtient alors $\overrightarrow{QP}\begin{pmatrix} x_P - x_Q \\ y_P - y_Q \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{QP}\begin{pmatrix} 0 - \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} - 0 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{QP}\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

et $\overrightarrow{QR}\begin{pmatrix} x_R - x_Q \\ y_R - y_Q \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{QR}\begin{pmatrix} -1 - \frac{1}{3} \\ 2 - 0 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{QR}\begin{pmatrix} -\frac{4}{3} \\ 2 \end{pmatrix}$ On a alors $\overrightarrow{QR} = 4\,\overrightarrow{QP}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{QR}$ et $\overrightarrow{QP}$ sont colinéaires, donc les points Q, P et R sont alignés.

c) condition de colinéarité

Propriété : Dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ fixé,

dire que les vecteurs non nuls $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont **colinéaires** équivaut à dire que $xy' - x'y = 0$.

exemples :

• si $\vec{u}\begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} \frac{2}{5} \\ -\frac{3}{5} \end{pmatrix}$, alors $xy' - x'y = \frac{1}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right) - \frac{2}{5} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{5} + \frac{1}{5} = 0$

Donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

• si $\vec{u}\begin{pmatrix} -\frac{2}{15} \\ \frac{2}{5} \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -\frac{4}{3} \\ 5 \end{pmatrix}$, alors $xy' - x'y = -\frac{2}{15} \times 5 - \left(-\frac{4}{3}\right) \times \frac{2}{5} = -\frac{10}{15} + \frac{8}{15} = -\frac{2}{15} \neq 0$

Donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

Exercice : Le plan est muni d'un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

On considère les points A(-2 ; 3), B(4 ; -1) et C(1 ; 4).

Déterminer les points D(4 ; y) et M(x ; 2) tels que :

ABCD est un trapèze, de bases parallèles [AB] et [CD], et M est un point de la droite (AB).

Solution : • (AB) et (CD) sont parallèles signifie que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 4 - (-2) \\ -1 - 3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$

et $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 4 - 1 \\ y - 4 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} 3 \\ y - 4 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires signifie que $6 \times (y - 4) - 3 \times (-4) = 0$

$6y - 12 = 0$ donc $y = 2$ et D(4 ; 2).

• M est un point de (AB) signifie que les points M, A et B sont alignés et donc que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires.

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x_M - x_A \\ y_M - y_A \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x - (-2) \\ 2 - 3 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x + 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AM}$ sont colinéaires signifie que

$6 \times (-1) - (-4) \times (x + 2) = 0$

$2 + 4x = 0$ donc $x = -\frac{1}{2}$ et M($-\frac{1}{2}$; 2).

d) Distance entre deux points

Propriété : A(x_A ; y_A) et B(x_B ; y_B) sont deux points d'un **repère orthonormal** $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

La distance de A à B est donnée par :

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$