Equations et systèmes d’équations

4.1 Introduction :

Dans une égalité qui contient des lettres, quel nombre peut-on substituer aux lettres pour que l’égalité soit vraie ? C’est le vaste domaine des équations.
Contrairement à ce que pourrait penser une âme naïve, les équations ont été inventées pour résoudre des problèmes, et non l’inverse. Ce qui est extraordinaire, c’est la fantastique efficacité que donne le simple remplacement d’un nombre inconnu par une lettre !

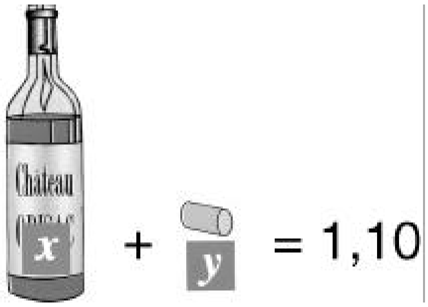
Équation vient du latin *aequus* qui signifie ***égal***. Une équation est donc une égalité contenant des lettres représentant des nombres inconnus.

Le mot « équation » n’apparaît dans le dictionnaire de l’Académie Française qu’en 1740 ; et pourtant dès l’Antiquité, l’Histoire est riche en problèmes que l’on peut résoudre actuellement avec des équations. Les mathématiciens arabes du IX^{e} au XIV^{e} siècle ont joué un rôle important dans l’évolution des méthodes de résolution des équations, en particulier Al Kwãrizmi (env. 780-850) à qui l’on doit le mot « algèbre ». Mais, ces méthodes étaient bien plus complexes que celle étudiées dans ce chapitre parce que les savants de l’époque ne disposaient pas des notations algébriques que nous utilisons.

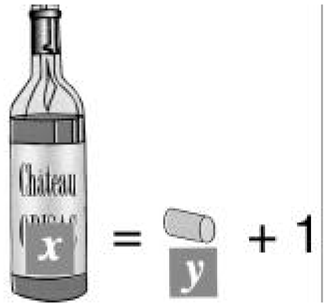
Exemple : ***Répondre vite, très vite***
Une bouteille et son bouchon coûtent 1 Franc et 10 centimes. La bouteille coûte 1 Franc de plus que le bouchon. Combien coûte le bouchon ?

Si vous avez répondu (très vite) 10 centimes, c’est que vous avez répondu trop vite.
Une analyse plus fine du problème est nécessaire.

Solution :
Traduisons d’abord les données du problème :



et



On obtient une écriture plus discrète en appelant x le prix de la bouteille et y celui du bouchon :

x : le prix de la bouteille y : le prix du bouchon

Il en résulte deux équations :

$$\begin{cases} x + y = 1{,}10 \\ x \quad\;\; = 1 + y \end{cases}$$

Dans la 1ère équation, on substitue $1 + y$ à x, on obtient alors : $(1 + y) + y = 1{,}10$

Puis on effectue la résolution :

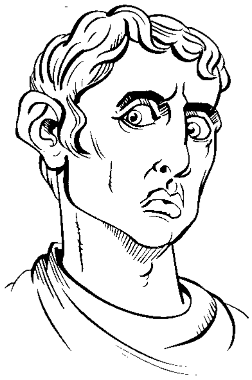
$$1 + 2y = 1{,}10$$

$2y = 1{,}10 - 1$
$2y = 0{,}10$
$y = 0{,}05$

Eh oui ! Le bouchon coûte 5 centimes et la bouteille, 1 Franc et 5 centimes.

Remarques :
- Avec en tête le sens des opérations, avec en main des techniques de calcul littéral, les pieds appuyés sur les propriétés de l'égalité, nous voici prêts pour la cuisine des équations.
  La méthode : remplacer une égalité par une autre qui lui est équivalente et de préférence plus simple.
- L'invention du *formalisme algébrique* a été un fantastique pas en avant pour résoudre les problèmes qui se posaient aux hommes. La « **mise en équation** » rend simple ce qui était compliqué.
- Si le problème a deux inconnues, il vaut mieux disposer de deux équations pour le résoudre.

4.2 Notions de base



Vocabulaire :
- Une **équation** (à une inconnue) est une égalité qui contient une inconnue (un nombre souvent désigné par la lettre x).
- Une **solution** de l'équation est un nombre qui *substitué* dans l'équation (en lieu et place de la lettre) rend l'égalité vraie.
- **Résoudre** une équation signifie « trouver toutes ses solutions ».

Exemple :
$x^2 - 3x = 2 - 4x$ est une équation d'inconnue x
3 n'est pas une solution de cette équation car si on remplace x par 3 on trouve :
$0 \neq -10$
Le nombre 1 est une solution car en substituant 1 à x on trouve (-2) dans le membre de gauche et de droite. Une autre solution est $x = (-2)$.

Remarques :
- Il n'y a pas besoin de savoir résoudre une équation pour tester si, oui ou non, un nombre donné est solution. Et il est toujours possible d'effectuer une vérification quand on pense avoir trouvé une solution.
- L'habitude de représenter les inconnues par des lettres de la fin de l'alphabet $(x, y, z, ...)$ et les données par des lettres du début $(a, b, c, ...)$ s'est prise au XVII^{e} siècle avec *Descartes* (*La géométrie, 1672*)

Définition :
On dit que deux équations sont **équivalentes** si elles ont le même ensemble de solutions.

Les techniques de résolution des équations s'appuient sur les propriétés ci-dessous.

Les propriétés de l'égalité :
- Une égalité vraie reste vraie :
  - si on ajoute ou soustrait un même nombre aux deux membres ;
  - si on multiplie ou divise les deux membres par un même nombre non nul.
- Enfin, si on ajoute ou si l'on soustrait deux égalités vraies on obtient une égalité vraie.

Remarque :
En d’autres mots, on peut montrer que ces propriétés conservent le caractère équivalent des équations.

4.3 Equations du 1^er^ degré

Pour résoudre une équation on la transforme, par étape, pour aboutir à une équation de la forme $x = a$ ou $0x = a$ (où a est un nombre). Mail il faut bien sûr qu’à chaque étape, les équations obtenues soient équivalentes.

Méthode :
- Simplifier au maximum chacun des membres en utilisant les propriétés du calcul littéral (développer, distribuer, réduire, …) pour se ramener à une équation plus facile à résoudre.
- Isoler et regrouper les termes contenant l’inconnue dans un membre de l’égalité (par exemple à gauche) et les autres dans l’autre membre (par exemple à droite). Pour cela on utilise les propriétés de l’égalité.
- Conclure en donnant l’ensemble solution, noté S.

Remarques :
Trois situations sont possibles :
1) Une équation admet *une solution* **a** (ou plusieurs si l’équation est d’ordre supérieur à 1). On écrit alors : $S = \{a\}$
2) Une équation n’admet *pas de solution*. On écrit alors $S = \phi$ ou $S = \{\}$.
3) Une équation admet une *infinité de solutions*. On écrit alors : $S = \Re$

Exemples :

1) $9(x+1) - 4x = 5 - x - 3$ (on effectue la distributivité)
$9x + 9 - 4x = 5 - x - 3$ (on réduit les deux membres)
$5x + 9 = 2 - x$ (on ajoute x aux deux membres pour le « passer » à gauche)
$5x + 9 + x = 2 - x + x$
$6x + 9 = 2$ (on soustrait 9 aux deux membres pour le « passer » à droite)
$6x + 9 - 9 = 2 - 9$
$6x = -7$ (on divise les deux membres par 6)
$x = -\frac{7}{6}$

$S = \left\{-\frac{7}{6}\right\}$

2) $2x + 3 = 2x + 8$
$2x + 3 - 2x = 2x + 8 - 2x$
$3 = 8$
Or comme $3 \neq 8$, on a obtenu une égalité fausse.
Ainsi : $S = \phi$

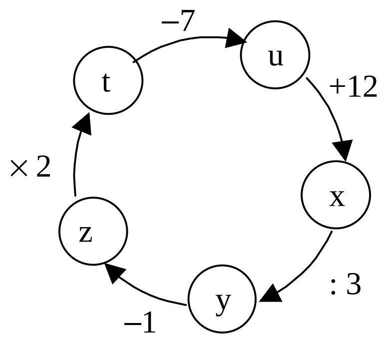
3) $3x + 3 = 3 \cdot (x+1)$
$3x + 3 = 3x + 3$
$3x + 3 - 3x = 3x + 3 - 3x$
$3 = 3$
La dernière égalité est toujours vraie.
Quelque soit la valeur de x, l’équation est satisfaite.
Donc : $S = \Re$

Résoudre un problème en le mettant en équation :

Exemple :
Dans une salle de spectacle, si on place 5 élèves par banc, il restera 12 places libres. Si on place 4 élèves par banc, 3 d'entre eux ne pourront pas s'asseoir. Combien y a-t-il de bancs ?

Méthode	**Rédaction**
• Choisir une inconnue. C'est généralement le nombre cherché x . Préciser les conditions concernant l'inconnue.	Soit *x le nombre de bancs*. Ce nombre doit être un entier.
• Traduire toutes les informations de l'énoncé en fonction de x.	➢ « Si on place 5 élèves par banc, il restera 12 places libres. » Donc le nombre d'élèves est de $\boxed{5x-12}$. ➢ « Si on place 4 élèves par banc, 3 d'entre eux ne pourront pas s'asseoir. » Donc le nombre d'élèves est $\boxed{4x+3}$
• Trouver l'équation correspondant à l'énoncé.	Dans les deux situations le nombre d'élèves étant le même, on a l'équation : $\boxed{5x-12=4x+3}$
• Résoudre l'équation.	On a successivement : $5x-12-4x=4x+3-4x$ $x-12=3$ $x-12+12=3+12$ $x=15$
• Conclure.	$S=\{15\}$. *Il y a 15 bancs dans cette salle.*
• Vérifier le résultat en revenant à l'énoncé.	D'une part : $5\cdot15-12=75-12=63$ élèves ; D'autre part : $4\cdot15+3=60+3=63$ élèves. La réponse est donc juste.

Exercice 1 :
Voici une situation qui, malgré ses 5 inconnues apparentes et sa présentation peu usuelle n'est pas si difficile à démêler.
Trouver x, y, z, t et u.

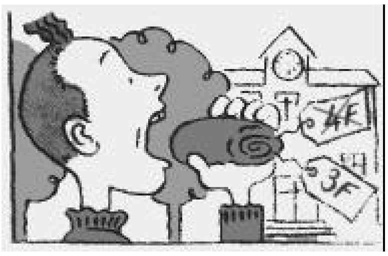


Exercice 2 :
Résoudre les équations suivantes :
a) $5x-(2x-11)=(5-2x)\cdot3-(2x+15)$
b) $0{,}5x-12=-3{,}4x+7{,}5$
c) $\frac{3}{4}x-\frac{4}{5}=\frac{1}{3}x+\frac{3}{4}$

Exercice 3 :
Christina et Carole sont passionnées d'Internet. Au cours du mois de janvier elles se sont connectées pendant le même nombre d'heures. A la fin du mois de février Christina a doublé son temps de connexion par rapport au mois précédent et Carole a augmenté son temps de connexion de 6 heures. Elles arrivent encore au même nombre d'heures de connexion. Combien d'heures se sont-elles connectées en janvier ?

Exercice 4 :

Un père de famille propose un marché à son fils pour l'encourager à travailler : quand son fils obtient une note au-dessus de la moyenne, il lui donne 20 Fr. Par contre son fils doit lui donner 15 Fr. s'il a une note inférieure à la moyenne. Au bout de 10 notes le fils gagne 95 F. Combien a-t-il eu de notes supérieures à la moyenne ?



Exercice 5 :

Trois élèves achètent 45 petits pains au chocolat pour les revendre à la récréation. Ils paient les petits pains 2,50 Fr. et les revendent en principe 4 Fr. Mais à la fin de la récréation approche, et il leur reste encore des petits pains ; ils décident alors de les vendre 3 Fr. Finalement ils ont vendu tous les petits pains et ont réalisé un bénéfice de 59,50 Fr. Combien ont-il vendu de petits pains à 4 Fr. ?

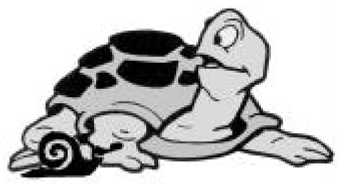
Exercice 6 :

Pour convaincre un client d'acheter un téléviseur, le vendeur lui propose de payer en trois fois sans frais : 20% à la commande puis le $\frac{2}{5}$ du prix lors de la réception du téléviseur et enfin le reste, soit 700 Fr., dans un mois. Quel est le prix du téléviseur ?

Exercice 7 :

J'ajoute 3 nombres consécutifs. J'obtiens 1'251. Quels sont ces trois nombres ?

Exercice 8 :



Une tortue et un escargot filent en ligne droite vers un champ de laitues. L'escargot fait 1,5 cm/s, la tortue 4 cm/s. La tortue est partie du même point que l'escargot mais avec une heure de retard. Combien de temps mettra-t-elle à le rattraper ?

Indication : Montrer que l'équation à résoudre est $4t = 1{,}5 \cdot (3'600 + t)$.

4.4 Equations du $2^{\text{ème}}$ degré (ou d'ordre 2)

Propriété du produit nul :
Un produit est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.
Si a et b sont des nombres alors : $a \cdot b = 0 \iff a = 0$ ou $b = 0$

Equation produit :
La propriété précédente permet de résoudre certaines équations, appelées parfois « équations produit » qui permettent de se ramener à plusieurs équations du 1^{er} degré.

Exemple :
Soit à résoudre l'équation : $(x+3)(2x+8) = 0$
Le membre de gauche est le produit de deux facteurs : $(x+3)$ et $(2x+8)$.
Ce produit sera nul si et seulement si : $x+3=0$ ou $2x+8=0$
En résolvant chacune de ces petites équations, on trouve les deux solutions de l'équation de départ : $S = \{-3; -4\}$.

Remarque :
Cette « propriété du produit nul » est à l'origine d'une méthode universelle pour résoudre des équations d'ordre supérieur à 1 : les mettre sous forme d'un produit de facteurs égal à zéro. D'où l'importance des techniques de factorisation apprises en calcul littéral.

Méthode de résolution par factorisation :

Pour résoudre une équation du $2^{\text{ème}}$ degré par factorisation, il faut l'écrire sous la forme $A(x) = 0$ puis essayer si possible de factoriser en utilisant :

- la mise en évidence ;
- les produits remarquables ;
- sa propre ingéniosité.

L'équation produit permet alors de trouver facilement les solutions.

Rappel :

Les quatre identités remarquables connues ou à connaître sont :

1) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

3) $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

4) $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

Remarque :

Un étude plus approfondie de ce sujet sera effectuée dans un chapitre à part !

Exemple :

Soit à résoudre l'équation : $(x+1)^2 = 4(x+1)$

On a : $(x+1)^2 - 4(x+1) = 0$

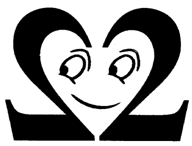
$(x+1)\cdot[(x+1)-4] = 0$ (mise en évidence)

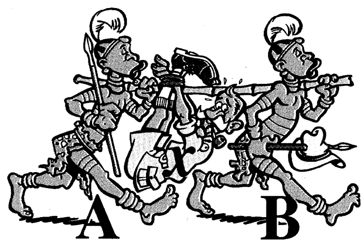
$(x+1)\cdot(x-3) = 0$

Deux solutions possibles : $x = -1$ ou $x = 3$. Donc : $S = \{-1;3\}$

Exercices :

1) Mon carré est égal à mon double.
Qui suis-je ?



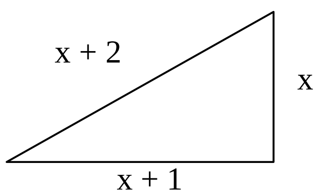


2) **A** me dépasse de 2.
Multiplié par 2 et ajouté à 1, j'égale **B**.
De plus, $A^2 = B^2$ et je suis positif.

Qui suis-je ?

3) « Je suis ulcéré », dit un nombre entier, vexé.
« Le carré de mon suivant dépasse de quinze mon propre carré ! »
Mais quel est donc l'entier qui s'exprime en ces termes ?

4) Trouver les côtés du triangle rectangle ci-dessous :



(Indication : utiliser le théorème de Pythagore)

4.5 Systèmes d'équations du 1ème degré

4.5.1. Une équation du 1er degré à 2 inconnues

Définition :
Une équation du 1er degré à 2 inconnues x et y, est une équation du type :

$ax + by = c$ où a,b,c sont des nombres réels donnés.

Solutions :
Une telle équations possède en général plusieurs solutions. On peut en effet choisir une valeur pour l'une des inconnues (par exemple pour x) et, en substituant, trouver la valeur correspondante de l'autre inconnue (dans ce cas y).
On trouvera ainsi autant de couples (x, y) solutions que l'on désire. Autrement dit : pour $a \neq 0$ et $b \neq 0$, cette équation possède une **infinité de solutions**.

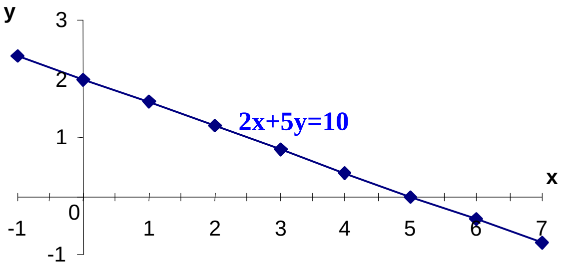
Remarque :
Si on représente tous ces couples solutions comme des points du plan, ils formeront **une droite**.

Exemple :
Soit l'équation à deux inconnues $2x + 5y = 10$

On peut écrire l'équation équivalente : $y = -\frac{2}{5}x + 2$

De cette manière on se rend vite compte que pour des valeurs arbitraires de x on peut calculer la valeur de y. On obtient, par exemple, les couples solutions : $(0;2)$, $(5;0)$, $(10;-2)$, …

La représentation graphique permet de voir que l'équation $y = -\frac{2}{5}x + 2$ est celle d'une droite. Ainsi les couples solutions sont des coordonnées des points de la droite.



4.5.2. Système d'équations du 1er degré à 2 inconnues

Définition :
Résoudre un système d'équation de 1er degré à **deux inconnues**, c'est chercher les **solutions communes** à **deux équations** du modèle précédent. Un tel système se représente ainsi :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

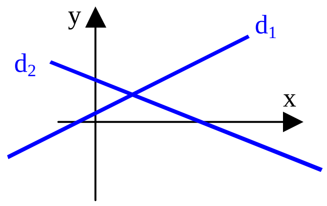
où : a, b, c, a', b' et c' sont des nombres réels donnés ;
x et y sont les deux inconnues.

Remarque :
L'accolade entre les deux équations a une signification précise : elle remplace le mot « et » !

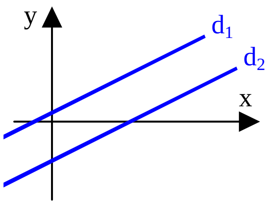
Solutions - Trois cas possibles :

Si l'on pense en terme de 2 équations de 2 droites pour lesquels on cherche les points communs (intersection), on comprend que trois cas sont possibles :

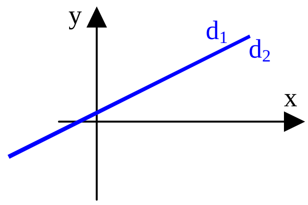
1) Généralement, un tel système sera vérifié pour **un couple de nombre et un seul** (deux droites ont généralement un seul point d'intersection, elles sont *sécantes*) ;
2) Plus rarement, le système n'aura **pas de solution** (les droites sont strictement *parallèles*) ;
3) Une **infinité de solutions** (quand les droites sont *confondues* et cela se voit sur leurs équations) ;



Cas 1



Cas 2



Cas 3

Méthodes de résolutions :

On étudiera deux méthodes concurrentes pour résoudre ce genre de système :

I. Méthode de **substitution**
II. Méthode **d'addition** (**soustraction**)

Ces deux méthodes, qui feront l'objet des paragraphes suivants, ont pour objectif de se débarrasser (provisoirement) d'une des deux inconnues.

Remarques :

- La méthode d'addition (soustraction) est également appelée méthode de résolution par **combinaison**.
- La représentation graphique du système pourrait être une $3^{\text{ème}}$ méthode de résolution, mais elle risque de s'avérer plus longue et moins précise (le solution exacte n'étant pas forcément un couple d'entiers).

Exercice :

Dans tous ces systèmes, y en a-t-il :

- sans solution ?
- avec un infinité de solutions ?
- avec $(0;0)$ comme solution ?

I. $\begin{cases} x - y = 3 \\ y - x = -3 \end{cases}$

II. $\begin{cases} x + y = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$

III. $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = -3 \end{cases}$

IV. $\begin{cases} x + y = 3 \\ -x - y = 3 \end{cases}$

V. $\begin{cases} x = y \\ x - y = 0 \end{cases}$

4.5.3. Méthode de substitution

Principe directeur :

- Isoler y (ou x) dans l'une des deux équations puis substituer dans l'autre afin d'obtenir une équation à une seule inconnue en x (respectivement y).

$$\begin{cases} ax+by=c & (I) \\ a'x+b'y=c' & (II) \end{cases} \xrightarrow[\text{y dans (II)}]{\text{isoler par exemple}} \begin{cases} ax+by=c & (I) \\ y=f(x) & (II) \end{cases} \xrightarrow{\text{substituer dans (I)}} ax+b\cdot f(x)=c$$

- Résoudre l'équation obtenue $ax+b\cdot f(x)=c$ et déterminer l'inconnue x (respectivement y).
- Déterminer l'inconnue manquante y (respectivement x) en utilisant l'une des deux équations initiales.
- Donner l'ensemble des solutions : $S=\{(x,y)\}$

Exemple :

Résoudre le système :

$$\boxed{\begin{cases} x+y=7 & (I) \\ 2x-3y=-11 & (II) \end{cases}}$$

On choisit d'isoler x dans la 1ère équation (généralement dans l'équation la moins complexe) :

$$\begin{cases} \boxed{x=7-y} & (I') \\ 2x-3y=-11 & (II) \end{cases}$$

On remplace x dans la 2ème équation : $2\cdot(7-y)-3y=-11 \quad (II)$

On résout pour trouver l'inconnue y: $14-2y-3y=-11$

$-5y=-25$

$\boxed{y=5}$

On peut alors facilement trouver x, via (I') par exemple :

$\boxed{x=7-5=2}$

Donc : $\boxed{S=\{(2;5)\}}$

Vérification :

On vérifie que le couple $(2;5)$ est solution du système :

$$\begin{cases} 2+5=7 & (I) \\ 2\cdot 2-3\cdot 5=-11 & (II) \end{cases}$$

Exercice 1 :

Résoudre les systèmes ci-dessous en utilisant la méthode de substitution.

a) $\begin{cases} 2x-y=4 \\ x+2y=2 \end{cases}$

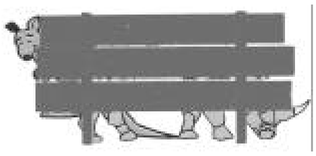
d) $\begin{cases} 3x+y=5 \\ 6x+2y=10 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x+y=5 \\ 6x+2y=5 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x+2y=9 \\ 2x-y=8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x-y=1 \\ x+2y=8 \end{cases}$

Exercice 2 :
Derrière la palissade, il y a des kangourous et des rhinocéros. J'ai compté 78 pattes et 54 oreilles. Combien y a-t-il d'animaux de chaque espèce ?



Exercice 3 :
Résoudre les systèmes ci-dessous en utilisant la méthode de substitution.

a) $\begin{cases} 5x - 16 = 2y \\ 3y = 2x - 13 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 3x + 2 - 21 = 5y \\ 2y + x - 6 = -2x \end{cases}$

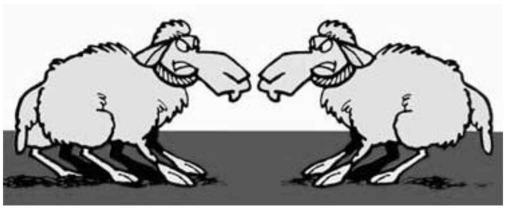
b) $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}y = 0 \\ 2x - 3y = -8 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 2x - 0{,}5y = 0{,}4 \\ 1{,}2x + 3y = 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \frac{1}{2}x = 11 - 3y \\ 2x + \frac{1}{4}y = -3 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x + y = -\frac{9}{4} \\ 2x + 3y = -\frac{27}{4} \end{cases}$

Exercice 4 :
Soient deux nombres. Si on ajoute au premier nombre 3 fois le second, on obtient 90. Mais si on ajoute au second 3 fois le premier on trouve 70. Quels sont ces nombres ?



Exercice 5 :
Le petit berger a un troupeau de 31 moutons. Il a compté en tout 130 pattes. Il faut vous dire que le petit berger a dans son troupeau des moutons à six pattes. Mais combien a-t-il au juste de moutons ordinaires et combien de moutons à six pattes ?

Exercice 6 :
Dans ma tirelire, j'ai des pièces de 2 Fr. et des pièces de 5 Fr. soit 15 pièces en tout. Combien ai-je de pièces de chaque sorte, sachant que j'ai 54 Fr. ?

Exercice 7 :
Il y a 6 ans, Jean avait 4 fois l'âge de Marie. Dans 4 ans, Jean aura 2 fois l'age de Marie. Quel âge ont-ils maintenant ?

Exercice 8 :
Il y a 6 ans, mon frère avait 2 fois mon âge. Dans 5 ans, nous aurons ensemble 40 ans. Quel est mon âge et celui de mon frère ?

4.5.4. Méthode d'addition (soustraction)

Principe directeur :

- Multiplier judicieusement chaque équation , afin qu'en ajoutant membre à membre les deux équations, l'une des deux inconnues s'élimine.

$$\begin{cases} ax+by=c & (I) \\ a'x+b'y=c' & (II) \end{cases} \xrightarrow[\text{éliminer y}]{\text{cherchons à}} \begin{array}{l} \begin{cases} dx+ey=f & (I) \\ d'x-ey=g & (II) \end{cases} \\ \hline dx+d'x=f+g \end{array}$$

- Résoudre l'équation obtenue $dx+d'x=f+g$ et déterminer l'inconnue x.
- Déterminer l'inconnue manquante y (respectivement x) en utilisant l'une des deux équations initiales.
- Donner l'ensemble des solutions : $S=\{(x,y)\}$

Exemple :

Résoudre le système :

$$\boxed{\begin{cases} x+y=7 & (I) \\ 2x-3y=-11 & (II) \end{cases}}$$

Afin d'éliminer y, on multiplie par 3 la première équation. Cela donne un nouveau système, équivalent au premier :

$$\begin{cases} 3x+3y=21 & (I') \\ 2x-3y=-11 & (II) \end{cases}$$

On ajoutant membre à membre ces deux égalités, on trouve :

$$\begin{array}{l} \begin{cases} 3x+3y=21 & (I') \\ 2x-3y=-11 & (II) \end{cases} \\ \hline 5x \qquad =10 \end{array}$$

On trouve donc : $\boxed{x=2}$

Déterminer l'inconnue manquante y en utilisant (I), la première équation (initiale) :

$$2+x=7$$

On obtient : $\boxed{y=5}$

Donc : $\boxed{S=\{(2;5)\}}$

Remarques :

- Le choix d'éliminer une inconnue plutôt qu'un autre est en soi arbitraire. Il peut être plus fastidieux de choisir l'une plutôt que l'autre en fonction des difficultés du calcul littéral.
- Au lieu de déterminer la seconde inconnue en substituant la première (résolue), on peut opter de recommencer la résolution depuis le début via l'élimination de l'autre inconnue. Cette démarche est généralement moins avantageuse.

Exercice 1 :
Résoudre les systèmes ci-dessous en utilisant ***la méthode d'addition***.

a) $\begin{cases} 3x-2y=5 \\ x-y=3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x-0{,}5y=0{,}4 \\ 2{,}4y+6y=12 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 7x+4y=9 \\ -2x+3y=14 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y+2}{3} \\ 3x-\dfrac{y}{2}=10 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x=2y+16 \\ 3y=2x-13 \end{cases}$

Exercice 2 :
Pour organiser une sortie de fin d'année, un collège loue des cars. Il y a des grands cars de 56 places et des petits cars de 44 places. Il y a 4 grands cars de plus que de petits cars.
624 élèves participent à la sortie et tous les cars sont remplis. Combien le collège a-t-il loué de cars de chaque catégorie ?

* * *

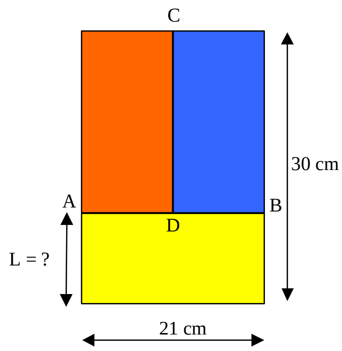
4.5.5. Exercices supplémentaires

Exercice 1 :
Un vieil oncle lègue sa fortune à ses trois neveux de la façon suivante :

- Valérie touche $\frac{1}{5}$ de la fortune et 3'000 Fr. en plus.
- Fabienne touche $\frac{1}{3}$ du reste de la fortune après le legs fait à Valérie ainsi que 2'000 Fr. en plus.
- Marc touche le reste, soit 80'000 Fr.

Quel est le montant de la fortune léguée par cet oncle et quelle est la part de chacune des nièces ?

Exercice 2 : (Aires égales)
Prendre une feuille de 21 cm $\times$ 30 cm et tracer les segments $\overline{AB}$ et $\overline{CD}$. $\overline{CD}$ est la médiatrice de $\overline{AB}$.
Comment doit-on choisir la longueur L pour que les trois rectangles obtenus aient la même aire ?



Exercice 3 :
Résoudre les systèmes ci-dessous.

1) $\begin{cases} \dfrac{x}{8}+\dfrac{y}{12}=\dfrac{7}{14} \\ \dfrac{x}{3}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{4}{8} \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{5x-3}{4}-\dfrac{3x-19}{4}=2+\dfrac{3y+x}{6} \\ \dfrac{9x-7}{8}-\dfrac{4x-5y}{16}=\dfrac{4x+y-9}{4} \end{cases}$

2) $\begin{cases} x+y=-\dfrac{9}{4} \\ 2x+3y=-\dfrac{27}{4} \end{cases}$

4) $\begin{cases} \dfrac{15x+8y}{8}=45-\dfrac{1}{8} \\ \dfrac{25x-12y}{25}=10-\dfrac{19}{25} \end{cases}$

Exercice 4 :
Trois petit verres P remplissent le verre V. Il faut 8 verres V et un petit verre P pour remplir la bouteille B d'un litre.
Quelle est la contenance des verres V et P ?

Exercice 5 : (Moyenne)

Exercice 6: (La balance)
Combien pèsent le gros Dédé, le petit Francis et le chien Boudin ?