LE SECOND DEGRE

1. DEFINITION

Soit a,b,c trois réels tels que $a \neq 0$ $f(x) = ax^2 + bx + c$ est appelée fonction trinôme du second degré ou trinôme du second degré

Remarque : « **tri**nôme » car c'est un polynôme à **trois** termes.

Exemples :

- $-x^2 + 3x + 5$ est un trinôme du second degré avec $a =$ $b =$ $c =$
- $3x^2 + 2x$ est un binôme du second degré : ici $a =$ $b =$ $c =$
- $-x^2 + 3$ est.. : ici $a =$ $b =$ $c =$
- $2x - 1$ est...

2. RESOLUTION D'EQUATIONS ET D'INEQUATIONS DU SECOND DEGRE

Pour résoudre des équations ou inéquations du second degré, nous devons factoriser l'expression en facteurs du premier degré.

a. Méthodes connues

Exemples :

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

a. $-x^2 + 3x = 0$

b. $3x^2 - 2 = 0$

c. $4x^2 = 3$

d. $(x+1)^2 + (5-2x)(x+1) \geq 0$

e. $4x^2 - 6x \leq -9$

f. $-4x^2 + 1 = 0$

g. $x^2 + 1 \geq 0$

h. $-x^2 \geq 2$

En résumé, nous connaissons les cas où la factorisation est immédiate (ex............), les cas où on peut appliquer une identité remarquable (ex...........................) et les cas ou la factorisation est impossible (ce sont les formes.............ou............)(ex....).

Nous pouvons déjà dire que dès que l'expression du second degré se ramène à un **binôme** du second degré, les méthodes de factorisation sont déjà connues.

Exemples :

b. Méthode de la racine évidente

Si $ax^2 + bx + c$ possède une racine parmi les nombres : 1,-1, 2,-2, on dit que le trinôme a une racine évidente. Facile de le savoir : il suffit de remplacer x par ces valeurs successives dans le trinôme et de regarder s'il s'annule.

Exemples :

- $2x^2 - 5x + 3$ possède ....comme racine évidente
- $-x^2 + 2x + 3$ possède ....comme racine évidente
- $2x^2 + x - 6$ possède ....comme racine évidente

Dans ce cas, si a est cette racine, le trinôme est factorisable par $(x - a)$

Factorisons les trois trinômes précédents :

c. Méthode ultime

Lorsque aucune des méthodes précédentes ne convient, on utilise la forme canonique de ax^2+bx+c pour la factoriser.

3. FORME CANONIQUE DE ax^2+bx+c

ax^2+bx+c	$2x^2+6x+1=$

La forme canonique de ax^2+bx+c est donc :

avec Δ = appelé discriminant du trinôme.

Exemples :

- $2x^2-x+3$ a pour discriminant : Δ =
- $-x^2+5x+6$ a pour discriminant : Δ =
- x^2-2x+1 a pour discriminant : Δ =

4. RESOLUTION DE $ax^2+bx+c=0$ (méthode ultime)

La forme canonique de ax^2+bx+c est donc :

$$ax^2+bx+c=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

Pour résoudre $ax^2+bx+c=0$, il faut donc réussir à factoriser la forme canonique et donc que l'expression A= soit factorisable.

- Si Δ >0 alors A est……………..

La factorisation est donc la suivante :…………………………..

d'où les solutions à $ax^2+bx+c=0$ sont :

- Si Δ =0 alors A=………………..

La factorisation est donc la suivante :……………………………..

d'où les solutions à $ax^2+bx+c=0$ sont :

- Si Δ <0 alors A est…………………………..

et donc……………………………………………………………………………………………

d'où les solutions à $ax^2+bx+c=0$ sont :

D'où le théorème suivant :

Soit $f(x)=ax^2+bx+c$

Δ = est appelé discriminant du trinôme.

- Si Δ >0 alors $f(x)=a(x-x_1)(x-x_2)$ avec x_1 = et x_2 =

$f(x)=0$ a donc pour solution : $S=\{\quad;\quad\}$

- Si Δ =0 alors $f(x)=a(x-x_0)^2$ avec x_0 =

$f(x)=0$ a donc pour solution : $S=\{\quad\}$

- Si Δ <0 alors $f(x)$ n'est pas factorisable.

$f(x)=0$ a donc pour solution : $S=$

Exemples : Résoudre :

- $2x^2+5x-1=0$

- $3x^2 - 2x - 4 = 0$

- $2x^2 + 10\sqrt{2}x + 25 = 0$

5. RESOLUTIONS D'INEQUATIONS

Dressons le tableau de signe du trinôme suivant le signe de Δ :

- Si $\Delta > 0$ la factorisation est :

d'où le tableau de signe du trinôme :

x	
ax^2+bx+c	

- Si $\Delta = 0$ la factorisation est :

d'où le tableau de signe du trinôme :

x	
ax^2+bx+c	

- Si $\Delta < 0$ il n'y a pas de factorisation . Nous revenons donc à la forme canonique :

d'où le tableau de signe du trinôme :

x	
ax^2+bx+c	

Exemples : Résoudre :

- $-2x^2 - 10x + 1 < 0$

- $3x^2 - 2\sqrt{6}x + 2 \leq 0$

- $-5x^2 + x - 3 < 0$

- $-x^2 + 2x - 4 \geq 0$

6. ETUDE DE LA FONCTION TRINOME

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

Donc Cf est déduite de la parabole d'équation $y = x^2$ par

D'où le tableau de variation de f :

Si a>0

x	
f	

Si a<0

x	
f	

On retiendra donc :

Cf : $y = ax^2 + bx + c$ est une parabole dont le sommet a pour abscisse et dont la courbure dépend du signe de a

Exemples : dresser le tableau de variation des fonctions suivantes :

- $f(x) = 2x^2 - x + 3$

- $f(x) = -x^2 + 3x + 4$